d'aprés le théorème des inégalités des accroissements finis:

$$|f(U_n) - f(a)| \le \frac{1}{500}|U_n - a|$$

or $f(U_n)=U_{n+1}$ et $f(a)=a$ (d'aprés 2))

d'où $|U_{n+1} - a| \le \frac{1}{500}|U_n - a| \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$|U_1 - a| \le \frac{1}{500}|U_0 - a|$$

$$|U_2 - a| \le \frac{1}{500}|U_1 - a|$$

.

.

$$|U_n - a| \le \frac{1}{500}|U_{n-1} - a|$$

multiplions membre à membre et simplifions on aura :

$$|U_n - a| \le (\frac{1}{500})^n \times |U_0 - a|$$

$$|U_n - a| \le (\frac{1}{500})^n \times |a - 10|$$

$a \in]10,11[$

d'où $|a-10| \le 1$

par suite : $|U_n - a| \le (\frac{1}{500})^n$

$$\Rightarrow U_n - (\frac{1}{500})^n \le a \le U_n + (\frac{1}{500})^n$$

$U_3 = 10,00998007$

$(\frac{1}{500})^n = 8 \times 10^{-9}$

$10,009980062 \le a \le 10,009980078$

d'où a=10,009980...

Qarray.tn Aqra Blech- Qarray.tn

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn